

規則波による大口径柱体の動的応答に関する研究

石田 啓*, 石川 浩司**

Dynamic Response of Large Diameter Pile to Periodic Waves

Hajime ISHIDA*, Hiroshi ISHIKAWA**

Abstract

According to the increase in size of marine structures, the diameter of pile tends to become large, and in this case, Morison equation can not be used for the estimation of wave forces because the deformation of waves by the structures must be considered in the equation.

In this paper, MacCamy-Fuchs' diffraction theory is applied to the equation of wave force insted of Morison equation, and the dynamic response of large diameter pile to waves is calculated by using the transfer matrix method.

The validity of this method is discussed by comparing with the experimental results obtained in the laboratory.

1. 緒 言

海洋開発の歴史は、海底石油の掘削にその起源を発しているが、近年では、海洋資源のほかに海洋エネルギーの利用、交通、生産、居住の場としての海洋空間の利用に期待が寄せられるようになった。このような開発を進めるにあたり、その拠点としてまず海洋構造物の設置が必要となるが、現在、これらの構造物の下部構造として最も多く使用されているのは柱状構造物であり、中でも大口径の柱状構造物の利用が増えつつある。そこで海洋に構造物を建設する場合、まず問題となるのは、波浪による力の大きさと、それによる構造物の動力学的な挙動である。

波力の取り扱い方は、円柱の直径が波長に比べて無視できる程小さい場合には、円柱の存在による波の変形を無視し、波力を抗力と慣性力の線型和として表わすモリソン公式を用いるが、円柱の直径が波長に比べてある程度大きくなると、入射波は回折および散乱を生じ、モリソン公式の使用は不適当となる。この場合には、MacCamy と Fuchs¹⁾が提示した線型回折波理論による波力算定式を用いるが、波形勾配の大きい入

射波に対しては、波の非線形特性を考慮する必要がある、Chakrabarti²⁾、山口³⁾、Raman および Venkatana-rasaiah⁴⁾らはこの非線形性を考慮した波力の近似式を誘導している。

このように大口径柱体に関する従来の研究は、主として波力特性に主眼が置かれてきており、構造物の振動特性を取り扱ったものは全く見られない。したがって本研究では、大口径柱体の振動変位に着目し、線型回折波理論に基づく波力算定式を用い、伝達マトリックス法により、その振動特性を考究する。

2. 計 算 方 法^{1),5)}

座標系を図1のようにとる。微小振幅波理論によると、入射波の水面変動 η およびその速度ポテンシャル ϕ_w は、

$$\eta(t) = ae^{i(kx - \sigma t)} \quad (1)$$

$$\phi_w = \frac{ga}{\sigma} \frac{\cosh kz}{\cosh kh} (-i)e^{i(kx - \sigma t)} \quad (2)$$

* 土木工学科

** 大学院

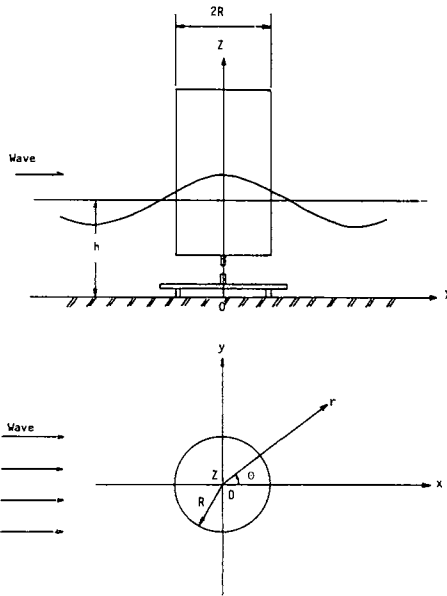


図1 座標系

と表わすことができる。ここに、 a は振幅、 k は波数、 σ は角周波数、 g は重力加速度、 h は水深、 $i = \sqrt{-1}$ である。式 (2) の e^{ikx} は、円筒座標 (r, θ, z) で表示した後、ベッセル関数で級数展開すると、

$$e^{ikx} = J_0(kr) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (i)^m J_m(kr) \cos m\theta \quad (3)$$

となる。式 (3) を式 (2) に代入すると、

$$\begin{aligned} \phi_w = & (-i) \frac{ga}{\sigma} \frac{\cosh kz}{\cosh kh} \{ J_0(kr) \\ & + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (i)^m J_m(kr) \cos m\theta \} e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

円柱により、入射波は回折を受けることになるが、その回折波の速度ポテンシャル ϕ_s は、

$$\begin{aligned} \phi_s = & i \frac{ga}{\sigma} \frac{\cosh kz}{\cosh kh} \left\{ \frac{J_0(kR)}{H_0^{(1)'}(kR)} H_0^{(1)}(kr) \right. \\ & \left. + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (i)^m \frac{J'_m(kR)}{H_m^{(1)'}(kR)} H_m^{(1)}(kr) \cos m\theta \right\} e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。 ϕ_s は ϕ_w と同様ラプラスの方程式を満足する。ここに、 $H_m^{(1)}(kr)$ は m 次の第1種ハンケル関数であり、 $H_m^{(1)}(kr) = J_m(kr) + iY_m(kr)$ である。 Y_m は m 次のノイマン関数であり、 J'_m は m 次のベッセル関数

の導関数、 $H_m^{(1)'}(kr)$ は m 次の第1種ハンケル関数の導関数である。また R は円柱の半径である。

以上、式 (4) および式 (5) より、波の場の速度ポテンシャル ϕ は、 ϕ_w と ϕ_s の和として、

$$\begin{aligned} \phi = & (-i) \frac{ga}{\sigma} \frac{\cosh kz}{\cosh kh} \left\{ J_0(kr) - \frac{J'_0(kR)}{H_0^{(1)'}(kR)} H_0^{(1)}(kr) \right. \\ & + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (i)^m \left\{ J_m(kr) - \frac{J'_m(kR)}{H_m^{(1)'}(kR)} H_m^{(1)}(kr) \right\} \cos m\theta \} e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (6)$$

のように求められる。

この ϕ は、円柱上での境界条件 $\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0$ を満たすと共に、円柱から無限遠方へ入射波の速度ポテンシャル ϕ_w に一致し、radiation condition をも満足する。

円柱に働く圧力 p は

$$\begin{aligned} p = & -\rho g(z-h) - \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{r=R} \\ = & \rho g a \frac{\cosh kz}{\cosh kh} \left\{ J_0(kR) - \frac{J'_0(kR)}{H_0^{(1)'}(kR)} H_0^{(1)}(kR) \right. \\ & + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (i)^m \left\{ J_m(kR) - \frac{J'_m(kR)}{H_m^{(1)'}(kR)} H_m^{(1)}(kR) \right\} \\ & \times \cos m\theta \} e^{-i\sigma t} - \rho g(z-h) \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。ここに、 ρ は水の密度である。

円柱の単位長さ当りに働く波力 dF は、

$$\begin{aligned} dF = & - \int_0^{2\pi} p(\theta) R \cos \theta d\theta \\ = & -\rho g a R \pi \frac{\cosh kz}{\cosh kh} \cdot 2i \cdot \{ J_1(kR) \\ & - \frac{J'_1(kR)}{H_1^{(1)'}(kR)} H_1^{(1)}(kR) \} e^{-i\sigma t} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。式 (8) は若干の計算の後、

$$dF = \frac{4\rho g a}{k} \frac{\cosh kz}{\cosh kh} A(kR) \cos(\sigma t - \delta) \quad (9)$$

と表わすことができ、ここに、 $A(kR) = 1 / \sqrt{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)}$ であり、 $\tan \delta = -Y_1'(kR) / J_1'(kR)$ である。

さらに、円柱の鉛直方向の任意の分割長 $\Delta z = z_i - z_{i-1}$ に働く波力 F を求めると、

$$\begin{aligned} F &= \frac{4\rho g a}{k} \frac{A(kR) \cos(\sigma t - \delta)}{\cosh kh} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \cosh kz \, dz \\ &= \frac{4\rho g a}{k^2} \frac{A(kR)}{\cosh kh} \cos(\sigma t - \delta) \\ &\quad \times (\sinh kz_i - \sinh kz_{i-1}) \end{aligned} \quad (10)$$

となる。便宜上、上式を $F = F_J + F_Y$ と変形して数値計算を行う。ここに、

$$\begin{aligned} F_J &= \frac{4\rho g a}{k^2} \frac{A(kR)}{\cosh kh} \cos \delta (\sinh kz_i \\ &\quad - \sinh kz_{i-1}) \cos \sigma t \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F_Y &= \frac{4\rho g a}{k^2} \frac{A(kR)}{\cosh kh} \sin \delta (\sinh kz_i \\ &\quad - \sinh kz_{i-1}) \sin \sigma t \end{aligned} \quad (12)$$

である。

波による円柱の横振動の方程式は、 x 方向の変位を ξ とすると、

$$(A\rho + KA\rho_w) \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + C \frac{\partial \xi}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} = F_J + F_Y \quad (13)$$

で表わされる。ここに、 A は円柱の密度、 C は減衰係数、 ρ_w は水の密度、 K は付加質量係数である。なお、減衰係数は、円柱を空中で自由振動させ、その減衰曲線から得られる減衰係数と、水の粘性による減衰係数との両者を考慮した。水の粘性による減衰係数は、便宜上、小口径円柱の場合と同じものを用いた⁶⁾。

振動計算は、一般モデルとしては構造物全体の弾性変形が問題になる場合を考え、図2のモデル化を行い、特別な実験例としてバネを含む装置について行った。この解析モデルでは、図3に示すように柱体を6個の質点と7部分の梁に分割し、質点は質量のみを、梁は剛性のみを有すると考え、伝達マトリックス法⁶⁾によって数値計算を行った。ただし、板バネおよび板バネと円筒との接合部である長さ4.0 cmの留金の質量は無視した。

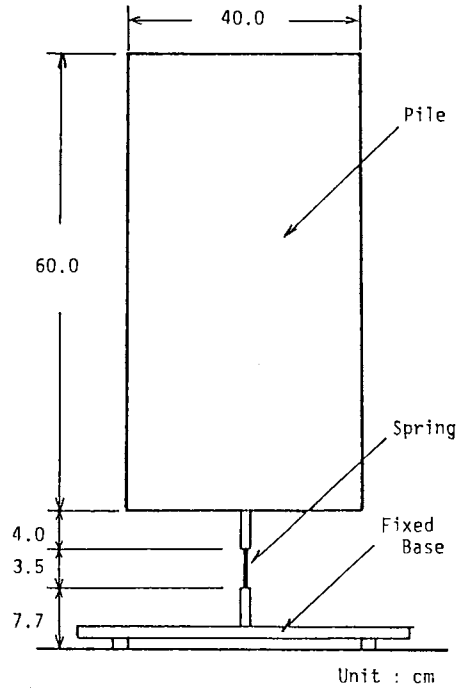


図2 実験用円筒

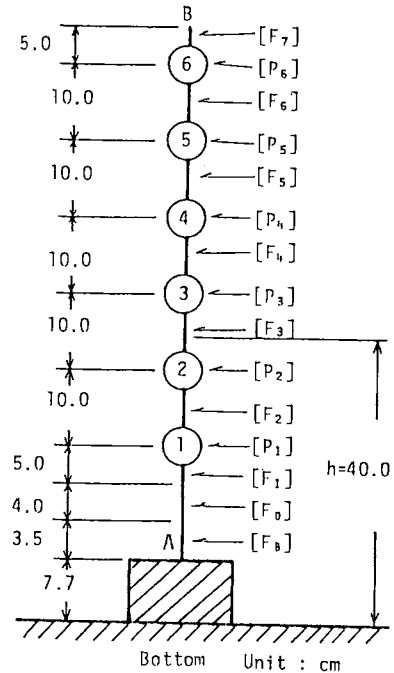


図3 解析モデル

3. 実験装置および方法

実験は、金沢大学工学部土木工学科に設置された長さ 6.7 m, 幅 4.3 m, 深さ 55 cm の平面造波水槽を用いた。実験用円筒は長さ 60 cm, 直径 $D=40$ cm, 厚さ 1 mm の鋼製であり, これをモデル化した時の単位体積重量は $w_s=0.158\text{g/cm}^3$ である。下端部の板バネの曲げ剛性は, $EI=1.074\times 10^4\text{kg}\cdot\text{cm}^2$ である。円筒の水平方向変位の測定には接触型変位計を用いた。これらの実験装置の設置状況を, 図 4 および写真 1 に示す。実験時の水深は $h=35\text{cm}$ であり, 使用した波の周期は $T=0.45\text{sec}\sim 1.50\text{sec}$, 波高が $H=2.0\text{cm}\sim 6.0\text{cm}$ の範囲のものである。なお, 水中における円柱の固有振動

周期は $T_n=0.56\text{sec}$ であった。

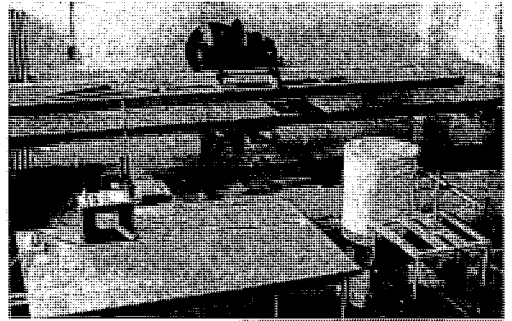


写真 1 実験装置

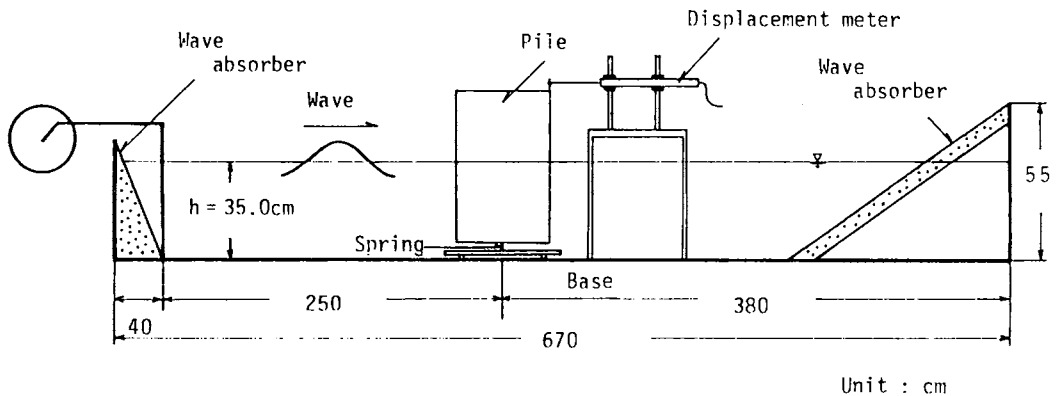


図 4 実験装置の概要

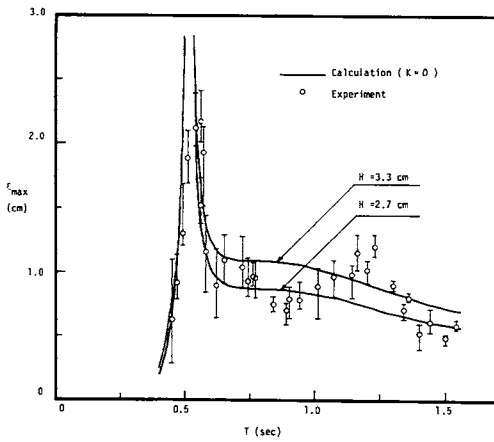
4. 結果および考察

4. 1 振動変位の周期特性

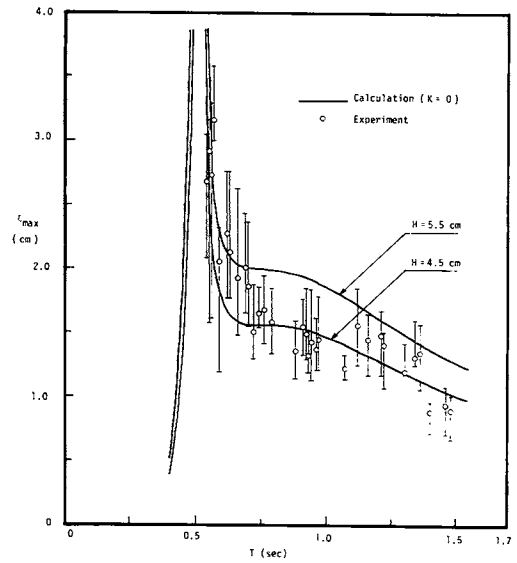
図 5 から図 7 は, 円筒頂部の変位の一周期内の最大値 ξ_{\max} の周期特性を示したものである。図 5 (a) および (b) は, それぞれ $H=2.7\text{cm}\sim 3.3\text{cm}$ および $H=4.5\text{cm}\sim 5.5\text{cm}$ の波を用いた場合であり, 図中の実線は計算値, Φ は実験値の変動幅と平均値である。計算値は, 付加質量係数を $K=0$ とし, 波高の最大値および最小値を示した。実験値では, 円筒の固有振動周期の $T_n=0.56\text{sec}$ およびその 2 倍の $2T_n=1.12\text{sec}$ 付近で共振が生じているが, 計算値では $2T_n$ では生じていない。これは計算に用いた波力式が線型理論の解であるため, 波力項には, 波の周波数の 2 倍成分が含まれないからである。図 5 (b) では, $T=0.5\text{sec}$ より小さい周期では実験値が得られていないが, これは, 波高を大きくすると,

短周期の波は碎破してしまうことによるものである。以上, 図 5 (a) および (b) より, 実験値と $K=0$ とした計算値とは良く一致していると言える。

図 6 (a), (b) および図 7 (a), (b) は, 計算時の付加質量係数を, それぞれ $K=0, 1.0$ および $K=0.2, 0.4$ と変化した場合の周期特性である。図 (a) および図 (b) は, それぞれ $H=2.7\text{cm}\sim 3.3\text{cm}$, および $H=4.5\text{cm}\sim 5.5\text{cm}$ の場合であり, 計算に用いた波高は, それぞれ平均値の $H=3\text{cm}$ および $H=5\text{cm}$ である。静止した物体の付加質量係数は完全流体理論によると, $K=1.0$ となるが, 図 6 からわかるように, $K=1.0$ では計算値は実験値と一致していない。また, 図 7 より, 共振点付近では $K=0.2$ とした場合の計算値は実験値と良く一致している。以上より, 振動する大口径円柱の付加質量係数は, $K=0\sim 0.2$ ぐらいが適当と思われる。

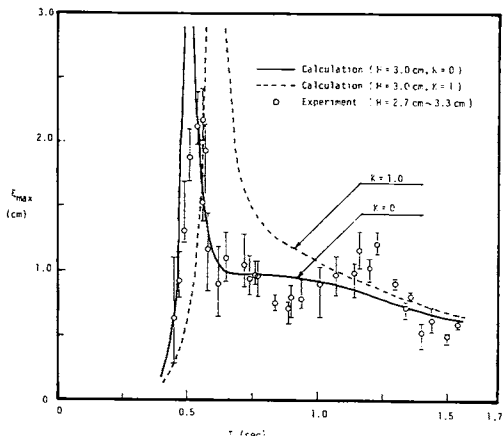


(a) $H = 2.7 \text{ cm} \sim 3.3 \text{ cm}$, $K = 0$ の場合

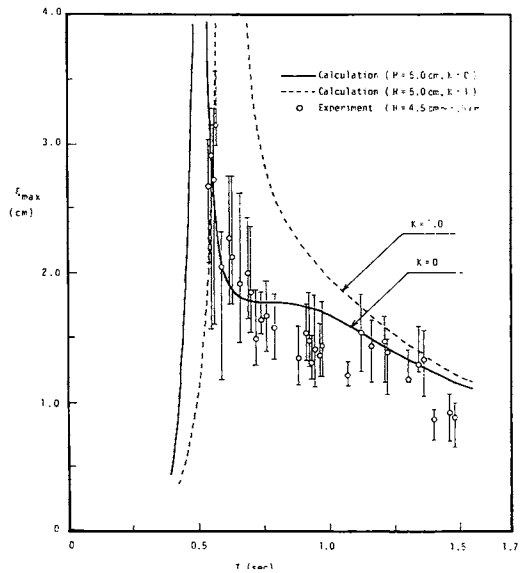


(b) $H = 4.5 \text{ cm} \sim 5.5 \text{ cm}$, $K = 0$ の場合

図5 変位 ζ_{\max} の周期特性

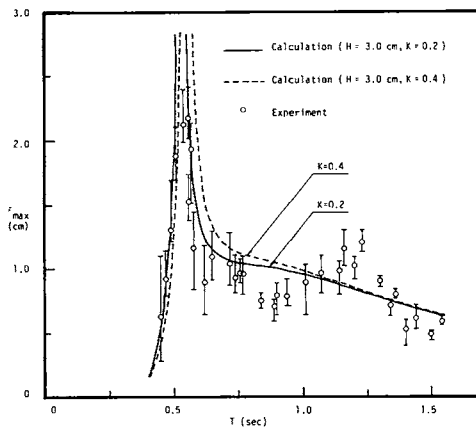
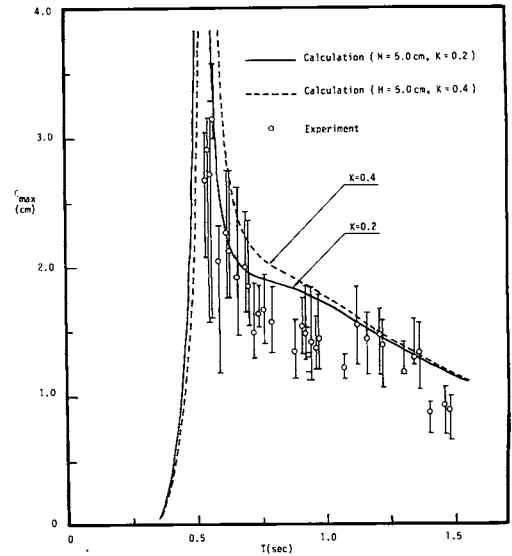


(a) $H = 2.7 \text{ cm} \sim 3.3 \text{ cm}$ の場合



(b) $H = 4.5 \sim 5.5 \text{ cm}$ の場合

図6 付加質量係数 $K = 0$ および 1.0 の場合

(a) $H=2.7\sim 3.3$ cm の場合(b) $H=4.5\sim 5.5$ cm の場合図7 付加質量係数 $K=0.2$ および 0.4 の場合

4. 2 波力の時間変化

図8(a)から(f)は、波高 $H=3.0$ cm の場合の波力の時間変化を示したものである。横軸は波の位相であり、 $t/T=0$ が峰の位相である。縦軸は波力 F をその一周内の最大波力 F_{\max} で割った値である。図中、 \times 印、 \diamond 印および \triangle 印を結んだ線はそれぞれ式(11)の水粒子速度と同じ位相をもつ波力 F_j 、式(12)の水粒子加速度と同じ位相をもつ波力 F_y および両者の和である全波力 F である。(a)からわかるように、短周期の波に関しては F に対して F_j が支配的であり、 F の位相は水面波形とほぼ $-\pi$ ずれている。しかし、以後周期が大きくなるにつれて F_y がより支配的となり、(d)では F は F_y とほぼ一致し、水面波形とほぼ $-\pi/2$ ずれている。(e)は $T=1.10$ sec の場合であるが、このとき

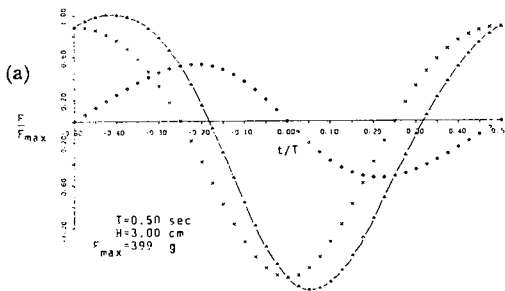
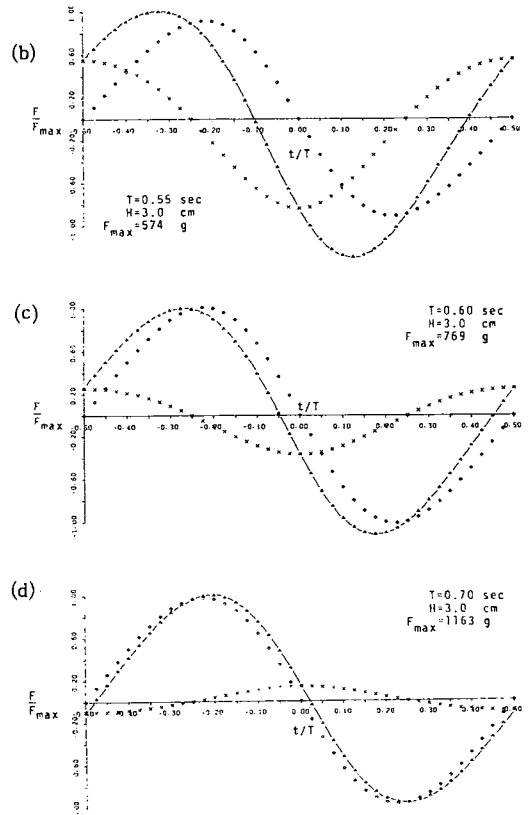


図8 波力の時間変化

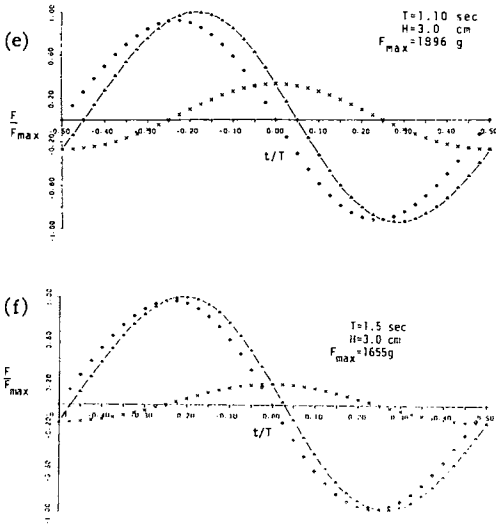


図8 波力の時間変化

F は極大値をとり、長周期になるにつれて波力は除々に減少するが、 F_x , F_y の F に占める割合および位相には変化が見られなくなる。

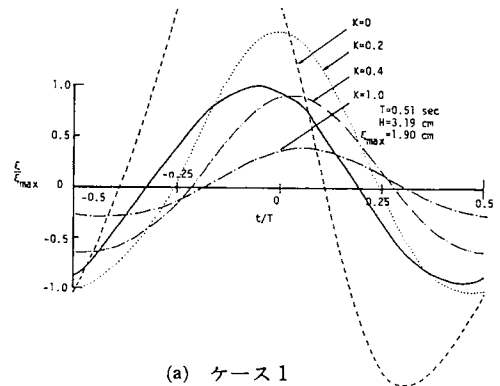
4. 3 振動変位の時間変化

表1に、振動変位の時間変化の検討に用いた波の周期と波高および最大変位を示す。図9は、振動変位 ξ の実験値と計算値の一周期内の位相変化を比較したものであり、 $t/T=0$ は、円筒の中心軸に波峰が来る位相である。図中、実線は実験値であり、破線、点線、二点鎖線および一点鎖線は、それぞれ $K=0, 0.2, 0.4$ および 1.0 とした時の計算値である。ケース1からケース3は、波の周期 T が円筒の固有振動周期 $T_n=0.56\text{sec}$ にほぼ等しい場合である。共振点付近では、付加質量の見積り方によって計算値は大きくなるが、これは図6および図7からわかるように、付加質量の違いによって共振周波数が変わるという振動特性のためである。

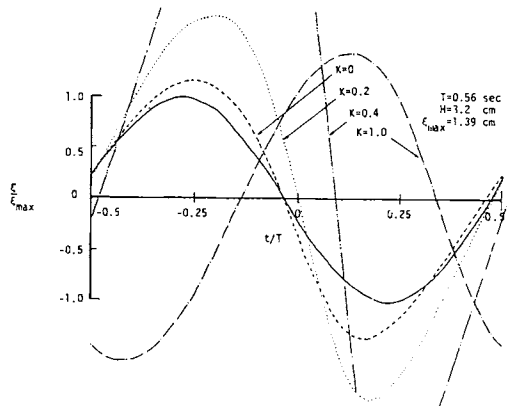
ケース1では、 $K=0$ とした計算値の変位は共振のため非常に大きく、位相は $K=0.2$ の場合が適当と言える。ケース2およびケース3では、位相および変位の大きさがほぼ一致する $K=0\sim 0.2$ の値が適当と言える。ケース4からケース6は、波の周期 T が固有振動周期 T_n よりわずかに大きい場合である。実験値は $K=0\sim 0.2$ の計算値とほぼ一致している。 $K=1.0$ の変位が非常に大きいのは、この周期付近で共振点となるためである。ケース7からケース11では、変位の周

表1 時間変化に用いた波の諸元

実験ケース	周期 T (sec)	波高 H (cm)	最大変位 ξ_{\max} (cm)
ケース1	0.51	3.19	1.90
ケース2	0.56	3.20	1.39
ケース3	0.57	3.13	1.92
ケース4	0.63	5.46	1.98
ケース5	0.65	3.02	1.18
ケース6	0.69	5.15	1.69
ケース7	0.74	2.15	0.66
ケース8	0.79	5.15	1.41
ケース9	0.94	2.91	0.92
ケース10	1.12	5.44	1.56
ケース11	1.36	3.19	0.83

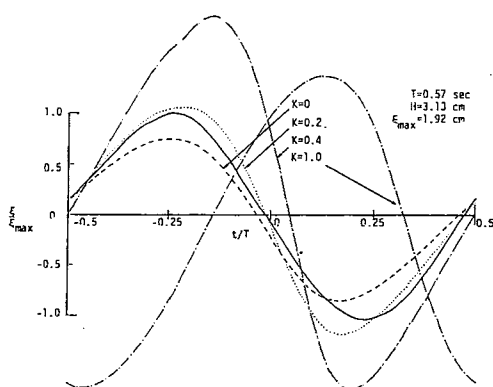


(a) ケース1

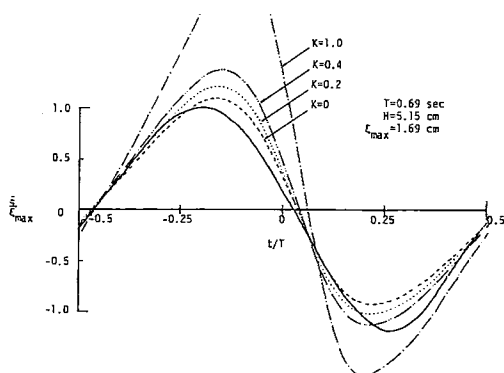


(b) ケース2

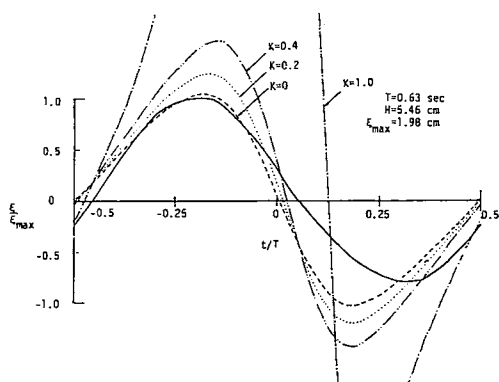
図9 振動変位の時間変化



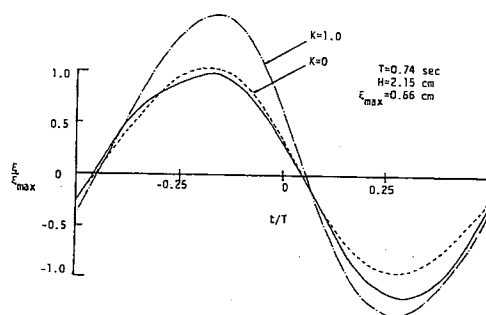
(c) ケース 3



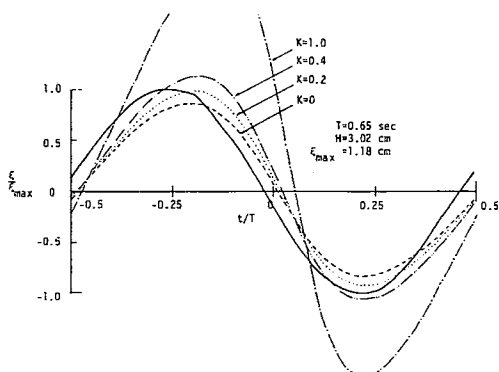
(f) ケース 6



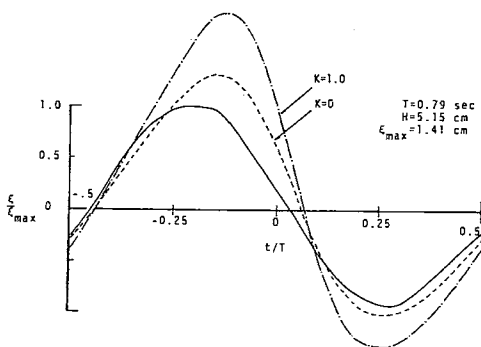
(d) ケース 4



(g) ケース 7

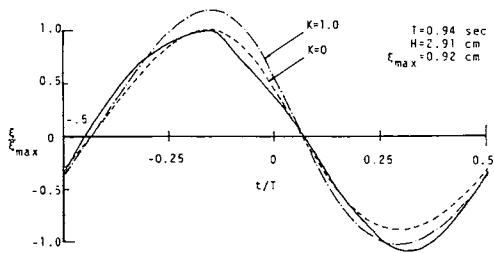


(e) ケース 5

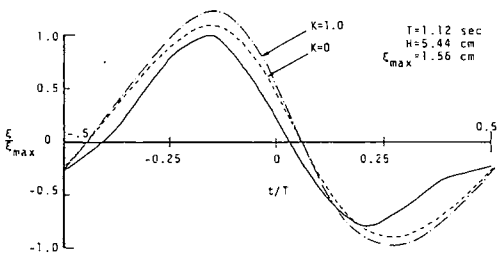


(h) ケース 8

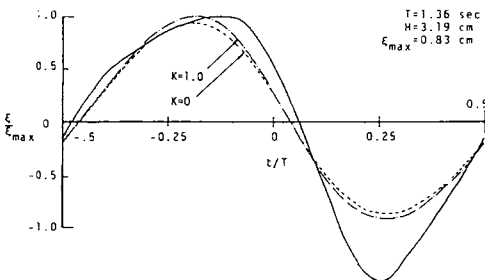
図 9 振動変位の時間変化



(i) ケース 9



(j) ケース 10



(k) ケース 11

図 9 振動変位の時間変化

期特性からわかるように、長周期の波に対しては、付加質量係数の相違による振動変位の相違があまり見られなくなるため、計算値には、 $K=0$ と $K=1.0$ の場合のみを示す。ケース 7 およびケース 8 では実験値と計算値はほぼ等しいものの正の変位が負の変位に比べて大きくなっている。ケース 9 からケース 11 では $K=0$ と $K=1.0$ の計算値との間にはほぼ差違がなくなっている。ケース 10 は、波の周期 T が固有振動周期 T_n の 2 倍付近のものであるが、実験値が計算値より若干小さく、また、ケース 11 では実験値の負の最大変位は正の最大変位よりも若干大きくなっている。これは、実験

で発生させた長周期の波は、理論波形と著しく異なることに起因していると思われる。

5. 結 語

本研究では、線型回折波理論による波力を外力とし、規則波による大口径柱体の動的応答を、伝達マトリックス法を用いて解析し、実験値と比較した。従来静止している物体の付加質量係数は 1.0 が適当と考えられていたが、本研究により、振動する大口径円柱の付加質量はこれよりも小さくなり、共振点付近においては $K=0 \sim 0.2$ の値が適当と言えること、また、長周期の波に関しては、付加質量係数の違いにより振動変位の違いが見られなくなることなどが明らかになった。

今後の課題として、円柱の固有振動周期の 2 倍周期の波による共振を取り扱うために、非線型性を考慮した解析方法を確立することが必要と思われる。また、円柱に留まらず、任意断面形状の構造物に対する波力とそれによる振動に関する研究が必要である。なお、本研究を行うに際し、助力を惜しまなかった当時学部学生の松本要一君（大阪府庁）、鰐渕浩司君（福井県庁）、当時大学院生の細貝隆司君（五洋建設）に厚く謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) MacCamy, R. C. and Fuchs, R. A.: Wave forces on piles: A diffraction theory, Beach Erosion Board, Tech. Memo, No. 69, pp.1—17, Dec., 1954.
- 2) Chakrabarti, S. K.: Nonlinear wave forces on vertical cylinder, Journal of the Hydraulics Division, Proc. ASCE, Vol. 98 No. HY 11, pp. 1895—1909, 1972.
- 3) 山口正隆・土屋義人：大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響，土木学会論文報告集，No.229, pp. 41—53, 1974.
- 4) Raman, H. and Venkatanarasaish, P.: Forces due to nonlinear waves on vertical cylinder, Journal of the Waterways, Harbours and Coastal Engineering Division, Proc. ASCE, Vol. 102, No. WW3, pp. 301—316, 1976.
- 5) Turqut Sarpkaya and Michael Isaacson: Mechanics of wave forces on offshore structures. Van Nostrand Reinhold Company, pp. 381—472, 1981.
- 6) 石田啓・渡辺公徳・松井輝峰：柱状構造物の波浪振動解析に関する研究，金沢大学工学部紀要，第 14 巻，第 1 号，1981.